

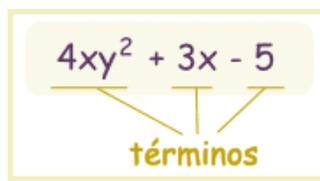
	I.E. LICEO ALMIRANTE PADILLA	GUÍA DE ACTIVIDADES DOCENTES
	ÁREA DE MATEMÁTICAS	DOCENTES
	ÁLGEBRA OPERACIONES CON POLINOMIOS	GRISMALDO SOLANO

RECORDANDO CONCEPTOS: POLINOMIOS

Un polinomio es una expresión algebraica que constituye la suma o la resta ordenada de un número finito de términos.

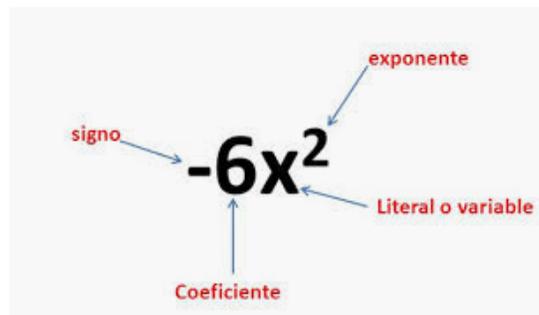
Ejemplo de un polinomio: $7x^2 - 9x + 6$

Cada uno de los términos que conforma un polinomio recibe el nombre de monomio.

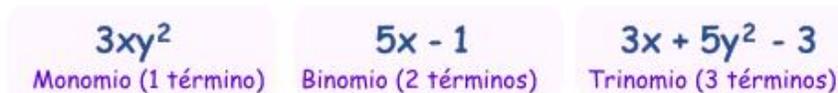


Un ejemplo de un polinomio este tiene 3 terminos, osea 3 monomios.

PARTES DE UN MONOMIO



Según el número de monomios (o términos) los polinomios reciben nombres especiales:



*¿Cómo te aprendes los nombres?
¡Piensa en bicicletas!*



También existen cuatrinomio (4 términos) y quintinomio (5 términos), pero se usan poco. Después de tres términos se les suele llamar simplemente polinomios.

GRADO DE UN POLINOMIO CON UNA SOLA VARIABLE:

El grado de un polinomio con una sola variable (como x) es el exponente más grande la variable.

$4x$ El grado es **1** (una variable sin exponente tiene de hecho exponente 1)

$4x^3 - x + 3$ El grado es **3** (el mayor exponente de x)

$x^2 + 2x^5 - x$ El grado es **5** (el mayor exponente de x)

GRADO DE UN POLINOMIO CON MÁS DE UNA VARIABLE: Si hay más de una variable en el polinomio, tienes que mirar cada término.

Ejemplo: cuál es el grado de este polinomio:

$$5xy^2 - 3x + 5y^3 - 3$$

- $5xy^2$ tiene grado **3** (x tiene exponente 1, y tiene 2, y $1+2=3$)
- $3x$ tiene grado **1** (x tiene exponente 1)
- $5y^3$ tiene grado **3** (y tiene exponente 3)
- 3 tiene grado **0** (no hay variables)

El mayor es 3, así que el polinomio tiene grado **3**

TERMINOS SEMEJANTES EN UN POLINOMIO

Dos o más términos son semejantes cuando tienen **la misma parte literal** o sea, cuando tienen **iguales letras** con **iguales exponentes**.

EJEMPLOS:

$$3a \quad y \quad -8a$$

$$3x \quad y \quad -8x$$

$$3xy^2 \quad y \quad -8xy^2$$

SUMA DE POLINOMIOS

Para sumar polinomios, se suman entre si los monomios semejantes. Si los monomios no son semejantes, la suma se deja indicada.

Ejemplo 1:

Ejemplo	
Problema	Sumar. $(4x^2 - 12xy + 9y^2) + (25x^2 + 4xy - 32y^2)$
	$4x^2 + (-12xy) + 9y^2 + 25x^2 + 4xy + (-32y^2)$ <p>Elimina los paréntesis agrupando el polinomio y reescribe cualquier resta como la suma del opuesto.</p> $(4x^2 + 25x^2) + [(-12xy) + 4xy] + [9y^2 + (-32y^2)]$ <p>Agrupar los términos semejantes usando las propiedades conmutativa y asociativa.</p> $29x^2 + (-8xy) + (-23y^2)$ <p>Combina los términos semejantes.</p>
Respuesta	La suma es $29x^2 - 8xy - 23y^2$. Reescribe la resta.

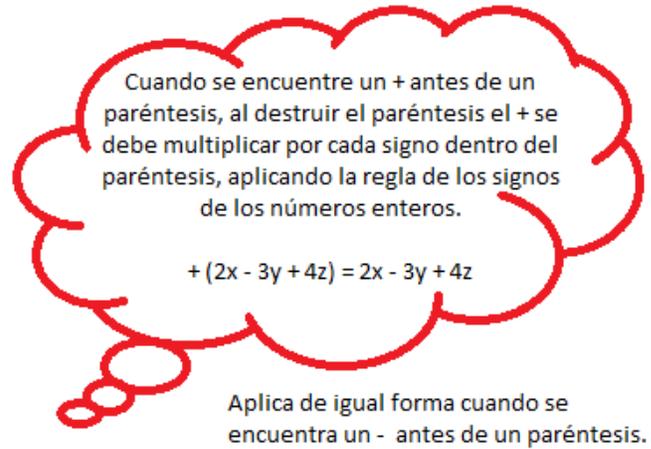
Ejemplo 2: El ejemplo siguiente muestra este método "vertical" de sumar polinomio:

Ejemplo	
Problema	Sumar. $(3x + 2y - 4z) + (45x - y + 75z)$
	$\begin{array}{r} 3x + 2y - 4z \\ + 45x - y + 75z \\ \hline 48x + y + 71z \end{array}$ <p>Escribe un polinomio debajo del otro, asegurándote de alinear los términos semejantes.</p> <p>Combina los términos semejantes, poniendo atención en los signos.</p>
Respuesta	La suma es $48x + y + 71z$.

Ejemplo 3:

Términos no semejantes: Cuando no hay un término semejante para cada polinomio, habrá espacios vacíos en el arreglo vertical de los polinomios. Este arreglo hace más fácil comprobar que estas combinado sólo términos semejantes.

Ejemplo	
Problema	Sumar. $(10ab + 15ac - 25bc + 5) + (4ab - 8bc - 12)$
	$\begin{array}{r} 10ab + 15ac - 25bc + 5 \\ + 4ab - 8bc - 12 \\ \hline 14ab + 15ac - 33bc - 7 \end{array}$ <p>Escribe un polinomio debajo del otro, asegurándote de alinear los términos semejantes.</p> <p>Combina los términos semejantes, poniendo atención en los signos.</p>
Respuesta	La suma es $14ab + 15ac - 33bc - 7$.



Aplica de igual forma cuando se encuentra un - antes de un paréntesis.

SUSTRACCIÓN DE POLINOMIOS

Para sustraer polinomios, se restan los coeficientes de los términos semejantes y se deja indicada la sustracción de los términos no semejantes.

Ejemplo 1:

La idea es identificar y organizar los términos semejantes para poder operarlos.

Ejemplo	
Problema	Restar. $(10a^3 + 5b^2 - 5c + 10) - (15 + 5c - 15b^2 + 10a^3)$
	$\begin{array}{r} 10a^3 + 5b^2 - 5c + 10 \\ - (10a^3 - 15b^2 + 5c + 15) \\ \hline 0 + 20b^2 - 10c - 5 \end{array}$ <p>Organiza los términos semejantes usando el método vertical.</p> <p>Combina los términos semejantes. Pon atención en los signos al momento de restar.</p>
Respuesta	La diferencia es $20b^2 - 10c - 5$.

Ejemplo 2:

Ejemplo	
Problema	Restar. $(3x^4y^3 + 5x^3y^2 - 2x^2y^2) - (-2x^4y^3 + 4x^3y^2 - 2x^2y^3 - 1)$
	$\begin{array}{r} 3x^4y^3 + 5x^3y^2 - 2x^2y^2 \\ - (-2x^4y^3 + 4x^3y^2 - 2x^2y^3 - 1) \\ \hline 5x^4y^3 + x^3y^2 - 2x^2y^2 + 2x^2y^3 + 1 \end{array}$ <p>Escribe un polinomio debajo del otro, asegurándote de alinear los términos semejantes.</p> <p>Combina los términos semejantes, poniendo atención en los signos.</p>
Respuesta	La resta es $5x^4y^3 + x^3y^2 - 2x^2y^2 + 2x^2y^3 + 1$.

MULTIPLICACIÓN DE POLINOMIOS

Multiplicación de monomios: Para hacer este tipo de multiplicación, multiplica los coeficientes y usas las reglas de los exponentes para encontrar el exponente para cada variable y calcular el producto.

Ejemplo 1:

Multiplicar: $(4x^2y^3)(5x^4y^2)$

Solución: $(4x^2y^3)(5x^4y^2) = (4 \cdot 5)(x^{2+4})(y^{3+2}) = 20x^6y^5$

Notaran que se multiplicaron los coeficientes y se sumaron los exponentes de igual base.

Multiplicación de monomio por polinomio: Se utiliza la propiedad distributiva de la misma forma que cuando multiplicas polinomios de una variable.

Ejemplo 2:

Ejemplo	
Problema	Multiplicar. $5x^2y^2(2x^2 + 5xy - 10)$
	$5x^2y^2(2x^2 + 5xy - 10)$ <small>Multiplica usando la propiedad distributiva.</small>
	$5(2)x^2(x^2)y^2 + 5(5)x^2(x)y^2(y) - 5(10)x^2y^2$ $10x^4y^2 + 25x^3y^3 - 50x^2y^2$
Respuesta	El producto es $10x^4y^2 + 25x^3y^3 - 50x^2y^2$.

Multiplicación de polinomio por polinomio:

Para multiplicar dos polinomios, se multiplica cada uno de los términos del multiplicando por todos los términos multiplicador y, luego, se suman los resultados.

Ejemplo 3:

Ejemplo	
Problema	Multiplicar. $(4x - 7xy)(2y + 3x)$
	$4x \cdot 2y = 8xy$ $4x \cdot 3x = 12x^2$ $-7xy \cdot 2y = -14xy^2$ $-7xy \cdot 3x = -21x^2y$
	$8xy + 12x^2 - 14xy^2 - 21x^2y$
Respuesta	El producto es $8xy + 12x^2 - 14xy^2 - 21x^2y$.

DIVISIÓN DE POLINOMIOS

División de monomios:

Ejemplo 1:

Ejemplo	
Problema	Dividir. $\frac{14x^3y}{28x^6y^4}$
	$\left(\frac{14}{28}\right)\left(\frac{x^3}{x^6}\right)\left(\frac{y}{y^4}\right)$ <small>Para hacerlo más fácil, puedes romper los coeficientes y variables en factores numéricos y de variables.</small>
	$\frac{1}{2}x^{-3}y^{-3}$ <small>Divide los coeficientes, y luego divide las variables restando los exponentes con bases semejantes.</small>
	$\frac{1}{2x^3y^3}$ <small>Reescribe con exponentes positivos.</small>
Respuesta	El cociente es $\frac{1}{2x^3y^3}$.

División de polinomios:

Ejemplo 2:

Ejemplo	
Problema	Dividir. $\frac{4x^4y^5 - 2x^8y^3 + 6x^3y^2}{2x^2y}$
	$\frac{4x^4y^5 - 2x^8y^3 + 6x^3y^2}{2x^2y}$ <small>Para hacerlo más fácil, puedes romper la división en términos en el polinomio ya que cada término está siendo dividido entre $2x^2y$.</small>
	$\left(\frac{4x^4y^5}{2x^2y}\right) - \left(\frac{2x^8y^3}{2x^2y}\right) + \left(\frac{6x^3y^2}{2x^2y}\right)$
	$2x^2y^4 - x^6y^2 + 3xy$ <small>Realiza la división de cada término dividiendo los coeficientes y dividiendo las variables restando los exponentes de las variables con bases similares.</small>
Respuesta	El cociente es $2x^2y^4 - x^6y^2 + 3xy$.

EJERCICIOS PARA DESARROLLAR

1. Ejercitación

a)

Suma.

$$(8a^3b^2 + 6a^2b - 4b^2 + 5) + (10a^2b - 4a^3b^2 + 6a^2 - 7)$$

b)

RESTA

$$(8a^3b^2 + 6a^2b - 4b^2 + 5) - (10a^2b - 4a^3b^2 + 6a^2 - 7)$$

c)

Encuentra el producto.

$$-4pt^2(5pt^3 + 3pt^2 - t)$$

d)

Dividir.

$$\frac{25s^2t^4 - 10s^3t^3 + 5st^2}{5st^2}$$

2. Razonamiento

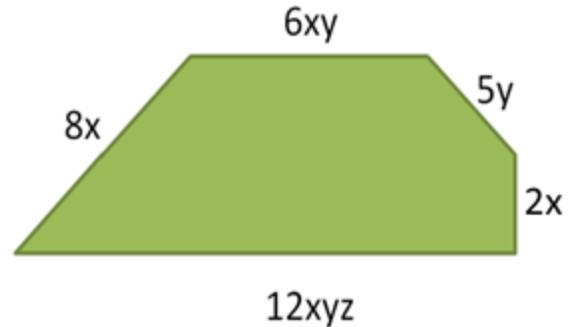
Halla dos polinomios cuya suma sea cada uno de los siguientes polinomios.

a) $2y - 5$

b) $-5X^3 - 6X^2 + 17X$

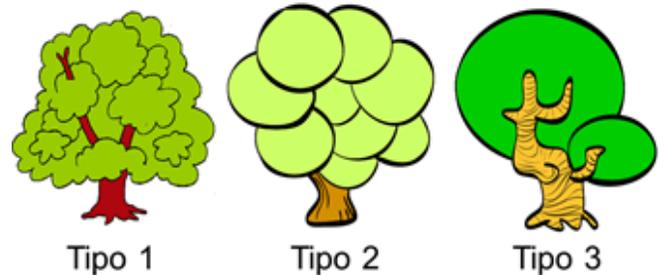
3. Resolución de problemas.

a) Pablo ha recibido como herencia de sus padres un terreno con las siguientes medidas:



Conociendo que el perímetro del terreno es la suma de sus lados, determine el polinomio que representa el perímetro del terreno.

b) Fernanda estudia tres tipos de árboles y asegura que el tipo 1 posee Z años, que el tipo 2 tiene $Z+10$ años y que el tipo 3 posee $2Z - 5$ años. Paula que es una experimentada en el tema, dice con seguridad que el árbol tipo 1 tiene una edad de 19 años.



Según lo indicado, cuáles son las edades de los árboles tipo 2 y 3. Detalle su respuesta.